



به يك شرط يك ريال بده يك ميليون بگير

عباس قلعه پورا قدم (قسمت دوم)

ريال ۱۶۷۷۷۲۱۶	روز بيست و پنجم
ريال ۳۳۵۵۴۴۳۲	روز بيست و ششم
ريال ۶۷۱۰۸۸۶۴	روز بيست و هفتم
ريال ۱۳۴۲۱۷۷۲۸	روز بيست و هشتم
ريال ۲۶۸۴۳۵۴۵۶	روز بيست و نهم
ريال ۵۳۶۸۷۰۹۱۲	روز سي ام

همچنين از شما عزيزان خواسته بودم كل پرداختي هاي مرد ثروتمند را در اين سي روز حساب كنيد كه اگر درست جمع زده باشيد، بايد به عدد ۱۰۷۳۷۴۱۸۲۳ ريال، يعني يك ميليارد و هفتاد و سه ميليون و هفتصد و چهل و يك هزار و هشتصد و بيست و سه ريال، و به عبارت ديگر، كمى بيشتر از ۱۰۷ ميليون تومان رسيده باشيد. اين در حالي است كه اين مرد نگون بخت ظرف سي روز، از قرار روزي يك ميليون تومان، فقط ۳۰ ميليون تومان از مرد ناشناس گرفته است. عجب كلاه گشادي سرش رفته! اين همه پول با يك ريال شروع شد

در قسمت اول خوانديد كه مرد ناشناسي به مرد ثروتمند قصه ما معامله اي را پيشنهاد كرد كه در آغاز بسيار پرمفعت به نظر مي رسيد. طوري كه مرد ثروتمند به عقل و هوش مرد ناشناس شك كرد و نگران بود او به عهد خود وفا نكند. معامله از اين قرار بود كه مرد ناشناس به مدت يك ماه هر روز يك ميليون تومان به او مي دهد و او در عوض روز اول ۱ ريال، روز دوم ۲ ريال، روز سوم ۴ ريال و به همين صورت هر روز دو برابر روز قبل بايد به مرد ناشناس بپردازد.

در قسمت اول، پرداختي هاي مرد ثروتمند را تا روز بيست و دوم براي تان نوشته و از شما خواسته بودم كه هشت روز بعدي را خودتان محاسبه كنيد. كار سختي هم نبود. شما فقط بايد پرداختي هر روز را دو برابر مي كرديد تا پرداختي فردي آن روز به دست بيايد. پرداختي روز بيست و دوم برابر ۲۰۹۷۱۵۲ ريال است، پس پرداخت هاي بعدي به صورت زير هستند:

ريال ۴۱۹۴۳۰۴	روز بيست و سوم
ريال ۸۳۸۸۶۰۸	روز بيست و چهارم

با یک مثال موضوع را توضیح می‌دهم. به دنباله هندسی زیر توجه کنید:

۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸، ۲۵۶، ۵۱۲، ۱۰۲۴، ...

حالا تساوی‌های زیر را ببینید:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 2 &= 1 + 1 \\ 4 &= (2 + 1) + 1 \\ 8 &= (4 + 2 + 1) + 1 \\ 16 &= (8 + 4 + 2 + 1) + 1 \\ 32 &= (16 + 8 + 4 + 2 + 1) + 1 \\ 64 &= (32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) + 1 \\ 128 &= (64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) + 1 \\ 256 &= (128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) + 1 \\ 512 &= (256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) + 1 \\ 1024 &= (512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1) + 1 \end{aligned}$$

همان طور که می‌بینید، هر عدد از دنباله برابر است با حاصل جمع تمام عددهای پیش از آن به اضافه یک.

نوبت شما: در دنباله هندسی زیر مورد بالا را بررسی کنید:

۲، ۱۸، ۶، ۵۴، ۱۶۲، ۴۸۶، ...

حالا بیایید مقدار پول‌هایی را که مرد ثروتمند قصه معامله سودآور به مرد ناشناس در مدت سی روز پرداخته است، به صورت یک دنباله بنویسیم:

۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸، ۲۵۶، ۵۱۲، ۱۰۲۴، ۲۰۴۸، ۴۰۹۶، ۸۱۹۲، ۱۶۳۸۴، ۳۲۷۶۸، ۶۵۵۳۶، ۱۳۱۰۷۲، ۲۶۲۱۴۴، ۵۲۴۲۸۸، ۱۰۴۸۵۷۶، ۲۰۹۷۱۵۲، ۴۱۹۴۳۰۴، ۸۳۸۸۶۰۸، ۱۶۷۷۷۲۱۶، ۳۳۵۵۴۴۳۲، ۶۷۱۰۸۸۶۴، ۱۳۴۲۱۷۷۲۸، ۲۶۸۴۳۵۴۵۶، ۵۳۶۸۷۰۹۱۲

این یک دنباله هندسی با عدد ثابت دو است. برای محاسبه کل پرداختی مرد ثروتمند در سی روز باید این سی عدد را با هم جمع کنیم. ولی با دانستن این ویژگی که هر عدد این دنباله برابر است با مجموع همه عددهای پیشین به علاوه یک، دیگر مجبور به این کار نیستیم. می‌توانیم بگوییم که عدد سی‌ام، یعنی ۵۳۶۸۷۰۹۱۲ برابر است با مجموع عددهای یکم تا بیست و نهم به اضافه یک؛ یعنی:

$$1 + \text{حاصل جمع عددهای یکم تا بیست و نهم} = 536870912$$

پس می‌توانیم به راحتی بفهمیم که حاصل جمع عددهای یکم تا بیست و نهم برابر است با عدد ۵۳۶۸۷۰۹۱۲ منهای یک؛ یعنی:

$$536870911 = \text{مجموع عددهای یکم تا بیست و نهم}$$

حالا که فهمیدیم مجموع عددهای یکم تا بیست و نهم برابر ۵۳۶۸۷۰۹۱۱ است. برای به دست آوردن مجموع سی عدد کافی است مجموع عددهای یکم تا بیست و نهم را با عدد سی‌ام جمع کنیم:

$$536870911 + 536870912 = 1073741823$$

و این همان مجموع سی عدد است که شما با جمع کردن سی عدد به آن رسیدید. بودید امیدوارم از این داستان و مطلب جدیدی که یاد گرفتید، خوشتان آمده باشد. همچنین امیدوارم ریاضی را در زندگی خود به کار ببندید تا مثل مرد ثروتمند قصه ما سرتان کلاه نرود.

حتی اگر مرد ناشناس به جای روزی یک میلیون، روزی سه میلیون تومان هم می‌داد، باز ۱۷ میلیونی ضرر متوجه مرد قصه ما می‌شد اما آنچه که می‌خواهیم شما از این معما یاد بگیرید مربوط می‌شود به حساب کردن کل پرداختی‌های مرد ثروتمند در ۳۰ روز. همان طور که در چند سطر پیش اشاره کردم، شما با جمع کردن سی عدد که هر کدام پرداختی یک روز بود، به عدد ۱۰۷۳۷۴۱۸۲۳ رسیدید البته ممکن است برخی از شما روشی را که حالا می‌خواهیم برای به دست آوردن این حاصل جمع بگوییم، بلد و به کار بسته باشید که اگر تعداد چنین مخاطبانی زیاد باشد، جای بسی خوشبختی است: هر چند چنین انتظاری ندارم، چون شما هنوز باین موضوع آشنایی ندارید حال به این موضوع می‌پردازم:

با دنباله‌های عددی آشنا هستید. وقتی چند عدد را پشت سر هم می‌نویسیم، در واقع یک دنباله عددی ساخته‌ایم. برای مثال، دنباله زیر نمره‌های درس ریاضی دانش‌آموزی را در امتحان‌های ماهانه از مهر تا اردیبهشت نشان می‌دهد:

۱۲، ۱۹، ۱۸، ۱۴، ۱۶، ۱۷، ۱۴

این یک دنباله عددی است. حالا به دنباله‌های زیر که شما را به یاد کلاس اول می‌اندازند، توجه کنید:

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰

۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۳۵، ۴۰

۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰، ۱۰۰

تفاوت این سه دنباله با دنباله نمره‌های ریاضی بالایی چیست؟ بله! درست است، در این سه دنباله میان هر عدد با عدد پیشین یا پسین خود رابطه‌ای وجود دارد؛ در اولی هر عدد برابر عدد قبلی به اضافه یک است. در دومی اختلاف دو عدد برابر ۵ است. در سومی نیز هر عدد از قبلی اش ۱۰ تا بیشتر است. این نوع دنباله‌ها را که هر عدد از جمع کردن عدد قبلی با یک عدد به دست می‌آید، «دنباله حسابی» می‌نامند. این را هم بگوییم که این عدد ثابت که به هر عدد اضافه می‌شود تا عدد بعدی به دست آید، می‌تواند منفی هم باشد که در این صورت عددها رفته رفته کوچک‌تر می‌شوند؛ مانند دنباله زیر که عدد ثابت آن ۳- است:

۷۰، ۶۷، ۶۴، ۶۱، ۵۸، ۵۵، ۵۲، ۴۹، ۴۶، ۴۳، ۴۰، ۳۷

این هم ناگفته نماند که دنباله می‌تواند بی‌پایان باشد؛ مانند مجموعه‌های عددها که با آن‌ها آشنا هستید. مجموعه عددهای طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ... یک نمونه از دنباله‌های حسابی بی‌پایان است. حالا به دنباله‌های زیر توجه کنید:

۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸، ۲۵۶، ...

۳، ۹، ۲۷، ۸۱، ۲۴۳، ۷۲۹، ...

آیا این دو نیز دنباله حسابی هستند؟ پاسخ منفی است. در این دو دنباله هر عدد از ضرب کردن عدد پیشین در یک عدد ثابت به دست آمده است. در اولی عدد ثابت برابر ۲ است و داریم:

$$2 \times 2 = 4, 4 \times 2 = 8, 8 \times 2 = 16, 16 \times 2 = 32, 32 \times 2 = 64, \dots$$

در دومی هر عدد در ۳ ضرب شده و عدد بعدی به دست آمده است:

$$3 \times 3 = 9, 9 \times 3 = 27, 27 \times 3 = 81, 81 \times 3 = 243, 243 \times 3 = 729, \dots$$

این نوع از دنباله‌ها را «دنباله هندسی» می‌نامند. دنباله‌های حسابی و هندسی را در دوره دوم متوسطه خواهید خواند و با خاصیت‌های هر یک از آن‌ها آشنا خواهید شد. تنها چیزی که من در اینجا می‌خواهم به آن اشاره کنم که به درد داستان معما سودآور می‌خورد، خاصیت زیر در مورد دنباله‌های هندسی است: «در هر دنباله هندسی، هر عدد برابر است با مجموع همه عددهای پیش از خودش به اضافه عدد اول دنباله.»